【1.1】

関数 $f(x) = x^3 + 3(1-a)x^2 - 12ax \ (a > 0)$ について考える.

(1) $f(x)$ の極値を求めよ.

(2) $-3 \leq x \leq 4a$ における $|f(x)|$ の最大値を a を用いて表せ.

【1.2】

関数 $f(x) = x^3 - x$ の表す平面上の曲線を $\mathfrak{C}$ とする.
また, $\mathfrak{C}$ を x 軸の正方向に $a\,(>0)$ だけ平行移動した曲線を $\mathfrak{C}_a$ とする.

(1) $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{C}_a$ が異なる 2 点で交わるための a の値の範囲を求めよ.

(2) (1) のとき, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{C}_a$ で囲まれた領域の面積 S を a の式で表せ.

(3) S を最大にする a の値とその最大値を求めよ.

【1.3】

平面上の 2 曲線

$$y = x(1-x), \quad y = bx(x-a)^2$$

が原点において共通の接線を持ち，更に，x 座標が正の点で再び交わっている．

(1) a, b の満たすべき条件を求めよ．

(2) 2 曲線の囲む領域の面積を最大にする a の値とその最大値を求めよ．

【1.4】

xy 平面上に放物線 $\mathfrak{C}: y=x^2$ と $\mathfrak{C}$ 上の点 $\mathrm{A}(-1,\ 1)$, $\mathrm{B}(2,\ 4)$ および動点 $\mathrm{P}(t,\ t^2)$ $(-1<t<2)$ がある. 3 点 A, B, P における $\mathfrak{C}$ の接線を $\mathfrak{L}_1$, $\mathfrak{L}_2$ および $\mathfrak{g}$ で表し, $\mathfrak{L}_1$, $\mathfrak{g}$ および $\mathfrak{C}$ で囲まれる部分の面積を S_1, $\mathfrak{L}_2$, $\mathfrak{g}$ および $\mathfrak{C}$ で囲まれる部分の面積を S_2 で表すとき, S_1+S_2 の最小値を求めよ.