

【3.1】

関数

$$f(t) = \int_t^{t+1} |x^2 - 1| \, dx$$

を最小にする t の値を求めよ.

【3.2】

2 次関数 $u_n(x)$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を次のように定義する.

$$\begin{cases} u_1(x) = x^2, & u_2(x) = x^2 + x \\ u_{n+2}(x) = x^2 + x \int_0^1 u_{n+1}(t) \, dt + \int_0^1 (3u_n(t) - t^2) \, dt & (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

このとき, $u_n(x)$ ($n = 3, 4, 5, \dots$) を求めよ.

【3.3】

$f(x)$ を整式とするとき,

$$f'(x)f(x) + \int_1^x f(t) \, dt = \frac{4}{9}(x-1)$$

を満たす $f(x)$ をすべて求めよ.

【3.4】

$-\infty < x < \infty$ で定義された x の関数

$$f(x) = \int_0^1 |t^3 - 3t - x| \, dt$$

の最小値を与える x の値を求めよ.