【8.1】

サイコロを n 回振り，出た目の数の n 個の積を X_n で表す.

(1) X_n が 5 で割り切れる確率を求めよ.　(2) X_n が 4 で割り切れる確率を求めよ.

(3) X_n が 20 で割り切れる確率を p_n とするとき，次の極限値を求めよ.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\log(1-p_n)$$

ただし，$|r|<1$ のとき，$\lim_{n\to\infty} r^n = \lim_{n\to\infty} nr^n = 0$ を既知としてよい.

【8.2】

座標平面上に $2n$ 個の点 $\mathrm{A}_k(k,\ 1)$, $\mathrm{B}_k(k,\ 2)$ $(1 \leq k \leq n)$ がある．線分 $\mathrm{A}_k\mathrm{B}_k$ $(1 \leq k \leq n)$ を縦辺といい，線分 $\mathrm{A}_k\mathrm{A}_{k+1}$ $(1 \leq k \leq n-1)$ および線分 $\mathrm{B}_k\mathrm{B}_{k+1}$ $(1 \leq k \leq n-1)$ を横辺ということにする．すべての横辺には各辺独立に確率 p $(0 < p < 1)$ で右向きの矢印が，確率 $1-p$ で $\times$ 印が付けられており，すべての縦辺には常に上向きの矢印が付けられているものとする．このとき，点 $\mathrm{A}_1(1,\ 1)$ から出発して，矢印の付けられている辺だけを通り，矢印の方向に進んで，点 $\mathrm{B}_n(n,\ 2)$ に到達する経路が少なくとも 1 本存在する確率を Q_n で表す．

(1) Q_2, Q_3 を求めよ．　(2) Q_n $(n = 2, 3, 4, \cdots)$ を求めよ．

【8.3】

0, 1 という 2 種類の信号をそれぞれ確率 2/5, 3/5 で送るデータ通信を考える．送信データが 0 のとき，受信側で正しく 0 と受信する確率が 4/5，エラーを起こして 1 と受信する確率が 1/5 である．また，送信データが 1 のとき，確率 9/10 で正しく 1 と受信し，確率 1/10 でエラーを起こして 0 と受信する．このとき，

0 を受信したときに送信データが実際に 0 である確率

を求めよ．

【8.4】

m, n を正の整数とする．1 枚の硬貨を投げて，A, B の 2 人が次のようなゲームをする．
A, B の始めの得点は 0 点とする．毎回の試行で硬貨を投げ，表が出れば A の勝ち，裏が出れば B の勝ちとし，勝った方に 1 点，負けた方に -1 点が加算される．各試行は独立として試行を続けたとき，次の問いに答えよ．ただし，硬貨の表裏の出る確率はともに $1/2$ である．

(1) $2n$ 回の試行の後，A の得点が $2m$ 点である確率を求めよ．

(2) $2n$ 回の試行の後，A の得点が $2m$ 点であるとき，A の得点が常に B の得点を上回っている確率を求めよ．