【9.1】

白球 15 個と赤球 4 個が箱に入っている．この箱から球を 1 個ずつ取り出す操作を行う．ただし，取り出した球は元に戻さない．n 回目に取り出した球が 3 個目の赤球である確率を p_n とするとき，p_n を最大にする n の値を求めよ．

【9.2】

M, N の 2 人が次のルールでゲームをする．

最初，2 人の持ち点はそれぞれ m, n 点で，負けた者が勝った方に 1 点を与え，何れか一方が 0 点になった時点でゲームを終了して最終的な勝者を決める．また，1 回の勝負において M, N の勝つ確率はそれぞれ $\frac{1}{2}$ である．このとき，M が最終的な勝者となる確率を求めよ．ただし，m, n は正の整数とする．

【9.3】

A, B の 2 人が次のようなルールでゲームをする．

- A はサイコロを自由に細工できるものとする．即ち，各目の出る確率を任意に設定できる．

ただし，一度設定した確率が投げる回数によって変動することはない．

- このサイコロを $n+1$ 回投げ，n 回だけ 1 の目が出たときに A の勝ちとし，それ以外は B の勝ちとする．

このとき，このゲームにおいては A, B のどちらが有利と言えるか．理由を付けて述べよ．

【9.4】

各世代ごとに各個体が他の個体とは独立に確率 p で 1 個，確率 $1-p$ で 2 個の新しい個体を次の世代に残し，それ自身は消滅する細胞がある．第 0 世代に 1 個であった細胞が，第 n 世代に m 個となる確率を $\mathrm{P}_n(m)$ で表すとき，$\mathrm{P}_n(1)$, $\mathrm{P}_n(2)$, $\mathrm{P}_n(3)$ をそれぞれ求めよ．ただし，n は正の整数とし，$0<p<1$ とする．