【16.1】

平面上に 3 円 $\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$, $\mathfrak{C}_3$ があり，$\mathfrak{C}_1$, $\mathfrak{C}_2$ は異なる 2 点 A, B で交わり，$\mathfrak{C}_3$ は $\mathfrak{C}_1$ および $\mathfrak{C}_2$ と直交している．ここで，2 円が直交するとは，2 円が共有点を持ち，各共有点における 2 円の接線が直交することをいう．

(1) $\mathfrak{C}_3$ の中心は，A, B を通る直線上にあることを示せ．

(2) A, B の一方は $\mathfrak{C}_3$ の内部にあり，他方は $\mathfrak{C}_3$ の外部にあることを示せ．

【16.2】

xy 平面上において次の条件を満たす点 $(x,\ y)$ の存在範囲を $\mathfrak{D}$ とする.

$$\log_2 x \leq 2 + \log_2 y \leq \log_2 x + \log_2 (4-2x)$$

(1) xy 平面上に領域 $\mathfrak{D}$ を図示せよ.

(2) $s < 1$ のとき, $y - sx$ の $\mathfrak{D}$ 上での最大値 $f(s)$ を求め, 関数 $t = f(s)$ のグラフを st 平面上に図示せよ.

【16.3】

xy 平面上において，放物線 $y=x^2$ $(x>0)$ 上に中心を持ち，x 軸に接する円が通過する領域を図示せよ.

【16.4】

平面上の 4 点

$$\mathrm{A}(1,\ 0),\ \ \mathrm{B}(-1,\ 0),\ \ \mathrm{C}(a,\ b),\ \ \mathrm{D}\left(-\frac{a}{a^2+b^2},\ -\frac{b}{a^2+b^2}\right) \quad (b>0)$$

に対して，次の問いに答えよ．

(1) 4 点は同一円周上にあることを示し，その円の方程式を求めよ．

(2) $a=2,\ b=1$ として，点 P が (1) の円周上を動くとき，

$$\mathrm{PA}^2+\mathrm{PB}^2+\mathrm{PC}^2+\mathrm{PD}^2$$

の最大値と最小値を求めよ．