

【17.1】

平面上の変換

$$u = \frac{r^2 x}{x^2 + y^2}, \quad v = \frac{r^2 y}{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

について、次の各問いに答えよ.

- (1) この変換による不動点をすべて求めよ.
- (2) 以下の4点を頂点とする正方形を考える.

$$(\pm\sqrt{2}r, 0), \quad (0, \pm\sqrt{2}r)$$

点  $(x, y)$  がこの正方形の周および外部の領域を動くとき、点  $(u, v)$  の動く領域を図示して、その面積を求めよ.

**【17.2】**

$xy$  平面上の放物線  $y = ax^2$  と線分  $bx + y + 1 = 0$  ( $-1 < x < 1$ ) が共有点を持つとき、  
実数の組  $(a, b)$  の集合を  $ab$  平面上に図示せよ.

**【17.3】**

$xy$  平面上において、点  $(x, y)$  が領域

$$|x+y|+|x-y|\leq 2$$

を動くとき、次の問いに答えよ.

- (1) 点  $(x+y, x^2+y^2)$  の存在範囲を図示せよ.    (2) 点  $(x+y, x^2-y^2)$  の存在範囲を図示せよ.

**【17.4】**

平面上の点  $(x, y)$  が領域

$$1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$$

を動くとき、 $x^2y^2 + x^2 + y^2 + xy$  のとり得る値の範囲を求めよ.