

【17.1】

平面上の変換

$$u = \frac{r^2 x}{x^2 + y^2}, \quad v = \frac{r^2 y}{x^2 + y^2} \quad (r > 0)$$

について、次の各問いに答えよ.

- (1) この変換による不動点をすべて求めよ.
- (2) 以下の4点を頂点とする正方形を考える.

$$(\pm\sqrt{2}r, 0), \quad (0, \pm\sqrt{2}r)$$

点 (x, y) がこの正方形の周および外部の領域を動くとき、点 (u, v) の動く領域を図示して、その面積を求めよ.

【17.2】

xy 平面上的放物線 $y = ax^2$ と線分 $bx + y + 1 = 0$ ($-1 < x < 1$) が共有点を持つとき、
実数の組 (a, b) の集合を ab 平面上に図示せよ.

【17.3】

xy 平面上において、点 (x, y) が領域

$$|x+y|+|x-y|\leq 2$$

を動くとき、次の問いに答えよ。

- (1) 点 $(x+y, x^2+y^2)$ の存在範囲を図示せよ。 (2) 点 $(x+y, x^2-y^2)$ の存在範囲を図示せよ。

【17.4】

平面上の点 (x, y) が領域

$$1 \leq x^2 + y^2 \leq 2$$

を動くとき、 $x^2y^2 + x^2 + y^2 + xy$ のとり得る値の範囲を求めよ.