【18.1】

空間内の 2 平面

$$\pi_1 : x-2y+2z+2=0, \quad \pi_2 : -2x+y+2z-1=0$$

の交線 $\mathfrak{g}$ を含み，π_1, π_2 の交角を 2 等分する 2 平面 π, π' の方程式を求めよ．

【18.2】

空間内に正四面体 ABCD を考える.
頂点 A, B は直線 $\mathfrak{g}_1$ 上に，頂点 C, D は直線 $\mathfrak{g}_2$ 上にあり，

$$\mathfrak{g}_1 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathfrak{g}_2 : \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

である．また，A の x 座標は B の x 座標より大きく，C の x 座標は D の x 座標より大きい.

(1) AB の中点 E および CD の中点 F の座標を求めよ.

(2) 正四面体 ABCD の 1 辺の長さと体積を求めよ.

(3) A および C の座標を求めよ.

【18.3】

xyz 空間内において，

球面 $\mathfrak{S}: x^2+y^2+(z-1)^2=1$ に対して，点 $\mathrm{P}\left(\sqrt{3},\ 0,\ 2\right)$ から引いた接線の集合を $\mathfrak{C}_0$ とする．

(1) $\mathfrak{C}_0$ と xy 平面 $z=0$ との共有点の集合を $\mathfrak{C}_1$ とするとき，$\mathfrak{C}_1$ の方程式を求め図示せよ．

(2) $\mathfrak{C}_0$ と球面 $\mathfrak{S}$ との接点の集合を $\mathfrak{C}_2$ とするとき，$\mathfrak{C}_2$ がどのような図形かを述べよ．

【18.4】

球面 $\mathfrak{S} : x^2+y^2+z^2=1$ と z 軸との交点を $\mathrm{A}(0,\ 0,\ 1)$, $\mathrm{B}(0,\ 0,\ -1)$ とし，xy 平面上の原点と異なる点を $\mathrm{P}(x,\ y,\ 0)$ とする．また，直線 PA が球面 $\mathfrak{S}$ と交わる (A と異なる) 点を Q とし，直線 QB が xy 平面と交わる点を $\mathrm{R}(u,\ v,\ 0)$ とする．このとき，次の各問いに答えよ．

(1) u, v のそれぞれを x, y の式で表せ．

(2) P が xy 平面上の直線 $x+y=1$, $z=0$ 上を動くとき，R の軌跡および Q の軌跡を求めよ．

(3) P が xy 平面上の円 $(x-1)^2+(y-1)^2=1$, $z=0$ 上を動くとき，R の軌跡を求めよ．