

【23.1】

関数 $u(x)$ はすべての整数で定義された関数で、次の条件を満たす。

$$u(2) = \frac{1}{2}, \quad u(m+n) \leq \max(u(m), u(n)), \quad u(mn) = u(m)u(n)$$

- (1) $u(1)$, $u(-1)$ を求めよ.
- (2) すべての整数 n に対して, $u(n) \leq 1$ であることを示せ.
- (3) すべての整数 n に対して, $u(2n+1) = 1$ であることを示せ.

【23.2】

3次方程式 $u(x) = 0$ は次の条件を満たす;

$u(x) = 0$ は異なる解 a, b, c を持ち, a^2, b^2, c^2 もまた $u(x) = 0$ の異なる解である

このとき, $u(x)$ をすべて求めよ.

【23.3】

3次方程式

$$x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$$

の解 α に対して, $|\alpha| > 1$ が成り立つことを示せ.

【23.4】

実数を係数とする x の整式 $u(x)$ に対して,

$$(x-1)u(x+1) - (x+2)u(x) = 0$$

がすべての実数 x で成り立つとき, $u(x)$ をすべて求めよ.