【26.1】

すべての桁の数字が 1 である 10^{17}以下の正整数の中に，17 の倍数が少なくとも 1 個存在することを示せ.

【26.2】

正整数 $n \geq 2$ に対して,

$$\gcd(n,\, m) = 1 \ \wedge \ 1 \leq m \leq n$$

なる正整数 m の個数を $\varphi(n)$ で表し，このような m を $a_1,\, a_2,\, \cdots,\, a_{\varphi(n)}$ と表すとき,

$$\sum_{k=1}^{\varphi(n)} a_k = \frac{n}{2}\varphi(n)$$

が成り立つことを示せ.

【26.3】

正整数 n, p に対して, n^p を 10 進表記したときの 1 の位の数を $u_p(n)$ で表す.

(1) すべての正整数 n に対して, $u_5(n) = u_1(n)$ であることを示せ.

(2) n が正整数全体を動くとき, $u_{100}(n)$ のとり得る値をすべて求めよ.

【26.4】

実数 a に対して，$k \leq a < k+1$ を満たす整数 k を $[a]$ で表す．
n を正の整数として，

$$u(x) = \frac{x^2(2 \cdot 3^3 n - x)}{2^5 \cdot 3^3 n^2}$$

と置くとき，$36n+1$ 個の整数

$$[u(0)],\ [u(1)],\ \cdots,\ [u(36n)]$$

の内の異なる整数の個数を n を用いて表せ．