【S.1.1】

$f(x)=x^3-x^2$ とする．

曲線 $y=f(x)$ 上の点 A$(1,\ 0)$ における接線が再びこの曲線と交わる点を B とする．

曲線 $y=ax^2+bx+c$ と曲線 $y=f(x)$ が 2 点 A, B を共有し，更に，A, B の間にもう 1 個の共有点を持つとき，この 2 曲線の囲む領域の面積が最小となるように $a,\ b,\ c$ の値を定めよ．

【S.1.2】

ω は $0<\omega<1$ を満たす実数とする.

任意の正の整数 n に対して，$2^{n-1}\omega$ の整数部分を a_n で表し，$2^{n-1}\omega = a_n + b_n$ と置くと，

$$\begin{cases} 0 \leq b_n < \dfrac{1}{2} & (n : \text{odd}) \\ \dfrac{1}{2} < b_n < 1 & (n : \text{even}) \end{cases}$$

を満たす．このとき，a_n, ω を求めよ.

【S.1.3】

座標平面上の格子点 $(m,\ n)$ から格子点 $(m+1,\ n+1)$ への移動を U，格子点 $(m+1,\ n-1)$ への移動を D で表し，U と D を適当に繰り返すことによる格子点 P から格子点 Q への移動を P から Q への**経路**と呼ぶことにするとき，次の各問いに答えよ．ただし，n を正整数とする．

(1) $(0,\ 0)$ から $(2n,\ 0)$ への経路の個数を求めよ．

(2) $(0,\ 0)$ から $(2n,\ 0)$ への経路の内で，$(0,\ 0)$，$(2n,\ 0)$ 以外に x 軸上の点を通らない経路の個数を求めよ．

【S.1.4】

平面ベクトル $\overrightarrow{a}=\begin{pmatrix}a_1\\a_2\end{pmatrix}$, $\overrightarrow{b}=\begin{pmatrix}b_1\\b_2\end{pmatrix}$ に対して,

$$\overrightarrow{a}\otimes\overrightarrow{b}=a_1b_2-a_2b_1$$

と定めるとき，次の問いに答えよ.

(1) 平面ベクトル $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$, $\overrightarrow{c}$ に対して,

$$\overrightarrow{a}\otimes\overrightarrow{b}=\gamma,\quad \overrightarrow{b}\otimes\overrightarrow{c}=\alpha,\quad \overrightarrow{c}\otimes\overrightarrow{a}=\beta$$

とするとき,

$$\alpha\overrightarrow{a}+\beta\overrightarrow{b}+\gamma\overrightarrow{c}=\overrightarrow{0}$$

が成り立つことを示せ.

(2) $\alpha>0$, $\beta>0$, $\gamma>0$ とする.

任意の平面ベクトル $\overrightarrow{d}$ は 0 以上の実数 s, t, u を用いて,

$$\overrightarrow{d}=s\overrightarrow{a}+t\overrightarrow{b}+u\overrightarrow{c}$$

と表せることを示せ.