【S.2.1】

定数 $a,\ b$ を $0 < a < b$ とする．
定数 $t > a$ に対して，xy 平面上の曲線

$$y = -(x+b)(x+a)(x-a)(x-t)$$

と x 軸の囲む 3 つの領域の内の左側の部分の面積を $L(t)$, 右側の部分の面積を $R(t)$ で表す．
(1) $t = b$ のとき，$L(t) = R(t)$ であることを示せ． (2) $L(t) = R(t)$ となる $t\ (> a)$ を求めよ．

【S.2.2】

数列 $\{a_n\}$ は $a_n \geq 0\ (\forall n)$ を満たし,

$$s_n = \sum_{k=1}^{n} a_k$$

と定義するとき,

$$\prod_{k=1}^{n}(1+a_k) \leq 1+\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k!}(s_n)^k$$

が成り立つことを示せ.

【S.2.3】

T 大学の H 校舎には 4 つの学生食堂がある．仲の良い A 君と B 君は毎日正午，前日とは異なる食堂で昼食をとることにしており，食堂で顔を合わせたときは必ず一緒に食事をする．ただし，2 人は無作為に前日とは異なる食堂を選ぶ．2 人が H 校舎に通い始めた初日の 4 月 1 日の月曜日，食堂で顔を合わせることはなかった．更に，土曜，日曜には講義がなく，従って，この 2 日間は 2 人は大学に行かない．このとき，次の各確率を求めよ．

(1) 1 週間後の 4 月 8 日の月曜日，2 人が食堂で顔を合わせ一緒に食事をする確率を求めよ．

(2) 2 人が 2 回目に食堂で顔を合わせる確率が最も高いのは何月何日か．

【S.2.4】

四角形 ABCD を底面とする四角錘 OABCD は,

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

を満たしており,
0 でない 4 個の実数 p, q, r, s に対して，4 点 P, Q, R, S を

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=p\overrightarrow{\mathrm{OA}},\ \overrightarrow{\mathrm{OQ}}=q\overrightarrow{\mathrm{OB}},\ \overrightarrow{\mathrm{OR}}=r\overrightarrow{\mathrm{OC}},\ \overrightarrow{\mathrm{OS}}=s\overrightarrow{\mathrm{OD}}$$

によって定めるとき，P, Q, R, S が同一平面上にあれば,

$$\frac{1}{p}+\frac{1}{r}=\frac{1}{q}+\frac{1}{s}$$

が成り立つことを示せ.