

**【S.3.1】**

$f(x) = x^3 - 10x^2 + kx$  ( $k > 0$ ) とする.

- (1) 方程式  $f(x) = 0$  が 3 個の実数解を持ち, それらが互いに 1 以上離れているための  $k$  の条件を求めよ.
- (2) (1) の条件を満たす  $k$  で, 曲線  $y = f(x)$  と  $x$  軸によって囲まれる図形の面積を最小にするものを求めよ.

**【S.3.2】**

実数列  $\{a_n\}$  が次の漸化式で定義されている.

$$a_{n+2} = a_n - a_{n+1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

- (1)  $a_1 = 26, a_2 = 16$  のとき,  $a_n a_{n+1} < 0$  となる正整数  $n$  の最小値を求めよ.
- (2)  $a_k = a_{k+1} = 0$  となるような正整数  $k$  が存在するとき,  $a_1 = a_2 = 0$  であることを示せ.
- (3)  $a_1, a_2$  が異なる整数のとき,  $a_k a_{k+1} < 0$  となるような正整数  $k$  が存在することを示せ.

**【S.3.3】**

1, 2,  $\dots$ ,  $n$  の数字を書いた  $n$  枚のカードの組を 3 組用意する.

3 人がそれぞれ 1 組ずつ持ち, 各人はその中から無作為に 1 枚のカードを抜き出し, そのカードの数によって各人の得点を次のように 2 通りに定める.

最大数を出した人が 1 人だけのとき, その人の得点は,

- (1) 自分が出した数      (2) 他の 2 人が出した数の和

として, 他の 2 人の得点は (1), (2) いずれの場合も 0 とする.

また, 最大数を出した人が 2 人以上のとき, 3 人の得点はすべて 0 とする.

このとき, 得点の期待値を (1), (2) のそれぞれの場合について求めよ.

**【S.3.4】**

三角形 OAB の辺 OA, OB (両端の点は除く) 上をそれぞれ動点 P, Q が次の式を満たしながら動いている.

$$2(\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OA}) = 3\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$$

このとき, 三角形 OPQ の重心 G の動き得る領域を図示せよ.