

【S.4.1】

3次曲線 $\mathcal{C}: y = x^3 - 3x^2 + ax + 4$ ($a \neq 0$) と x 軸上の点 $A(2, 0)$ に対して,

- (1) A から \mathcal{C} に引ける接線が 2 本だけ存在するとき, a の値を求めよ.
- (2) (1) で求めた a の値に対して, 2 本の接線の方程式を求めよ.
- (3) (2) で求めた 2 本の接線と \mathcal{C} で囲まれる部分の面積を求めよ.

【S.4.2】

(1) k を正の整数とする.

$m = 2^k$ のとき, $0 < n < m$ を満たすすべての正整数 n に対して, 二項係数 ${}_m C_n$ は偶数であることを示せ.

(2) 次の条件を満たす正整数 m をすべて求めよ.

「 $0 \leq n \leq m$ を満たすすべての整数 n に対して, 二項係数 ${}_m C_n$ は奇数である」

【S.4.3】

4個のサイコロを同時に投げる試行を考える.

出た目の数の和が r ($4 \leq r \leq 24$) となる確率を p_r で表し, 確率変数 r の期待値を E で表す.

また,

$$(x+x^2+\cdots+x^6)^4 = A_0 + A_1x + A_2x^2 + \cdots + A_{24}x^{24}$$

とする. ここで, A_0, A_1, \dots, A_{24} は定数である.

(1) $p_r = A_r/6^4$ を示せ. (2) p_6, p_{10} を求めよ. (3) E を A_r の式で表し, E の値を求めよ.

【S.4.4】

空間内に点 $P(t, 0, 0)$ を通り, $\vec{d} = (0, 1, \sqrt{3})$ に平行な直線 ℓ と円 $\mathcal{C}: x^2 + y^2 = a^2, z = 0$ ($a > 0$) がある.
 ℓ 上に動点 Q をとり, \mathcal{C} 上に動点 R をとるとき, 線分 QR の長さの最小値を求めよ.