【W.1.1】

円に内接する四辺形 ABCD において，

$$\mathrm{AB}=b,\ \ \mathrm{BC}=c,\ \ \mathrm{CD}=d,\ \ \mathrm{DA}=a$$

とするとき，この四辺形の面積は，

$$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)} \quad \bigl(a+b+c+d=2s\bigr)$$

で与えられることを**余弦定理**を用いて示せ.

【W.1.2】

すべての正整数 $n \geq 2$ に対して,

$$a_1 \geq a_2 \geq \cdots \geq a_n, \quad b_1 \geq b_2 \geq \cdots \geq b_n$$

が成り立つとき，不等式

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \times \sum_{k=1}^{n} b_k \leq n \sum_{k=1}^{n} a_k b_k$$

が成り立つことを示せ．また，等号の成立条件を調べよ．

【W.1.3】

整数係数の n 次式

$$u(x)=x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n \quad (n>1)$$

について，(1) および (2) を示せ.

(1) 有理数 α が方程式 $u(x)=0$ の解ならば，α は整数である.

(2) ある正整数 $k>1$ に対して，k 個の整数

$$u(1),\ u(2),\ \cdots,\ u(k)$$

のいずれも k で割り切れなければ，方程式 $u(x)=0$ は有理数の解を持たない.

【W.1.4】

数列 $\{a_n\}$ において，$a_1 = 1$ であり，$n \geq 2$ に対して a_n は次の条件を満たす最小の正整数とする．

- a_n は a_1, a_2, $\cdots$, a_{n-1} のいずれの項とも異なる．
- a_1, a_2, $\cdots$, a_{n-1} から重複なくどのように項を取り出しても，それらの和は a_n に等しくならない．

このとき，一般項 a_n を求めよ．