

【4.1】

xyz 空間において、円領域 $x^2 + y^2 \leq 1$, $z = 0$ を底面とし、点 $(0, 0, 1)$ を頂点とする円錐の内部および表面上の点を合わせた立体を考える。この立体を平面 $z = x$ で切って2つの部分に分けると、点 $(1, 0, 0)$ を含む側の部分の体積を求めよ。

【4.2】

xyz 空間において,

$$x^2 + y^2 \leq r^2, \quad y^2 + z^2 \geq r^2, \quad z^2 + x^2 \leq r^2 \quad (r > 0)$$

を満たす点全体からなる立体の体積を求めよ.

【4.3】

正四角錐 \mathcal{P} に対して、その底面上に中心を持ち、すべての辺と接する球 \mathcal{S} がある。
 \mathcal{P} の底面の正方形の 1 辺の長さを $2a$ とするとき、次の各問いに答えよ。
(1) \mathcal{P} の高さを求めよ。 (2) \mathcal{S} と \mathcal{P} の共通部分の体積を求めよ。

【4.4】

xyz 空間内に 5 点

$$A(1, 1, 0), B(-1, 1, 0), C(-1, -1, 0) D(1, -1, 0), P(0, 0, 3)$$

をとるとき, 四角錐 PABCD の $x^2 + y^2 \geq 1$ を満たす領域の体積を求めよ.