【6.1】

ある容器に空の状態から始めて単位時間当たり一定の割合で水を注ぎ，底面から測った水面の高さ h が 10 になるまで続ける．このとき，水面の上昇する速さ v は，水面の高さ h の関数として，次の式で与えられる．

$$v = \frac{\sqrt{2+h}}{\log(2+h)} \quad (0 \leq h \leq 10)$$

水面の上昇が始まってから水面の面積が最大となるまでの時間を求めよ．

【6.2】

$k \neq 0$ は実数の範囲を動くものとする．

$y = kx^4$ $(k \neq 0)$ の形をしたすべての曲線と直交し，点 $(1,\ 1)$ を通る曲線を求めよ．

【6.3】

関数 $u(x)$ が連続な導関数 $u'(x)$ を持ち，

$$\int_1^{x+1} t^2 u'(t)\,\mathbf{d}t = x(x^2+2x+3)\mathbf{e}^x \;\;\wedge\;\; u(1)=2$$

を満たすとき，$u(x)$ を求めよ．

【6.4】

次の等式を満たす関数 $u(x)$ $(0 \leq x \leq 2\pi)$ が唯一定まるための実数 a, b に関する条件を求めよ．また，そのときの $u(x)$ を決定せよ．ただし，$u(x)$ は区間 $0 \leq x \leq 2\pi$ で連続な関数とする．

$$u(x) = \frac{a}{2\pi}\int_0^{2\pi} \sin(x+y)\,u(y)\,\mathbf{d}y + \frac{b}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cos(x-y)\,u(y)\,\mathbf{d}y + \sin x + \cos x$$