

**【11.1】**

行列

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 1-x & 0 \end{pmatrix}$$

に対して、 $\mathbf{M}^n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を求めよ.

**【11.2】**

2 次行列  $\mathbf{M}$  と定数  $p$  に対して,

$$\mathbf{M}^n \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p^{n+1} - 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

が任意の正整数  $n$  で成り立つとき,  $\mathbf{M}$ ,  $p$  を求めよ.

**【11.3】**

2次行列  $A$  は逆行列を持たない. このとき, 次の問いに答えよ.

(1) 正整数  $n$  に対して,  $M^n = A$  を満たす行列  $M$  は逆行列を持たないことを示せ.

(2)  $A \neq O$  とする.

$n \geq 3$  が奇数のとき,  $M^n = A$  を満たす行列  $M$  が存在するための必要十分条件を求めよ.

**【11.4】**

3 次行列

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a & 1 & 0 \\ b & -a & 1 \end{pmatrix}$$

に対して,  $\mathbf{M}^n$  を求めよ. ただし,  $n$  は正整数とする.