【15.1】

1 次変換 T は任意の直交する 2 直線を直交する 2 直線に移し，点 $\left(\sqrt{3},\ 1\right)$ を点 $\left(2,\ 2\sqrt{3}\right)$ に移す．このとき，T の表現行列 $\mathbf{M}$ を求めよ．

【15.2】

$a^2+b^2 \neq 0$ なる実数 a, b に対して,

$$\mathbf{M} = \frac{1}{a^2+b^2}\begin{pmatrix} a^2 & ab \\ ab & b^2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

と置き，行列 $\mathbf{M}^3$, $(\mathbf{E}-\mathbf{M})^2$ の表す 1 次変換による点 P(x, y) の像をそれぞれ Q, R とする．
ただし，$\mathrm{Q} \neq \mathrm{P}$, $\mathrm{R} \neq \mathrm{P}$ とする．

(1) $\angle$QPR の大きさを求めよ．　(2) 三角形 PQR の面積を a, b, x, y の式で表せ．

【15.3】

$n \geq 3$ を正の整数とする.

xy 平面上において，原点を中心とし，点 $(1, 0)$ を頂点に持つ正 n 角形を P とする.

(1) P の像が P 自身に完全に重なるような 1 次変換の表現行列をすべて求めよ.

(2) (1) で求めた行列の総和を求めよ.

【15.4】

xy 平面上の 4 点

$$\mathrm{A}(0,\ 0),\ \ \mathrm{B}(1,\ 0),\ \ \mathrm{C}(1,\ 1),\ \ \mathrm{D}(0,\ 1)$$

を頂点とする正方形を Q とし，実数 $t \geqq 0$ に対して，1 次変換

$$\mathsf{T}_1 : \begin{pmatrix} 1+t & t+t^2 \\ 0 & 1+t \end{pmatrix}, \quad \mathsf{T}_2 : \begin{pmatrix} 1+t & 0 \\ t+t^2 & 1+t \end{pmatrix}$$

を考えるとき，Q の T_1 による像，Q の T_2 による像の共通部分の面積の最大値を求めよ.

【15.5】

a を正の定数とする.

座標平面上に 3 点 $\mathrm{P}_0(1,\ 0)$, $\mathrm{P}_1(0,\ a)$, $\mathrm{P}_2(0,\ 0)$ が与えられている.

P_2 から線分 $\mathrm{P}_0\mathrm{P}_1$ に垂線を下ろし，その足を P_3 とする.

P_3 から線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ に垂線を下ろし，その足を P_4 とする.

以下同様に，P_n が得られたとき，P_n から線分 $\mathrm{P}_{n-2}\mathrm{P}_{n-1}$ に垂線を下ろし，その足を P_{n+1} とする.

(1) P_6 の座標を求めよ.　　(2) 点列 $\mathrm{P}_0,\ \mathrm{P}_1,\ \mathrm{P}_2,\ \cdots,\ \mathrm{P}_n,\ \cdots$ の極限の点の座標を求めよ.